**LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Trong một đường tròn

- Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm

- Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau

  
2. Trong hai dây của một đường tròn

- Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn

- Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn

**B. Bài tập áp dụng**

**Bài 1:** Cho đường tròn tâm O và hai dây AB, CD bằng nhau và vuông góc với nhau tại I. Giả sử IA = 2cm, IB = 4cm. Tính khoảng cách từ tâm O đến mỗi dây

**Lời giải**

Vẽ , ta được: 



Xét  có 3 góc vuông nên là hình chữ nhật

 (hai dây bằng nhau cách đều tâm)

**Bài 2:** Cho đường tròn tâm O bán kính OA = 11cm. Điểm M thuộc bán kinh OA và cách O một khoảng 7cm. Qua M kẻ dây CD có độ dài 18cm. Tính MC, MD ( MC < MD )

**Lời giải**

Kẻ 

Xét 

Xét 

Ta có : MD = MH + HD = 12 cm ; MC = HC – MH = 6cm.

**Bài 3:** [Nâng cao và phát triển toán 9]

Cho đường tròn tâm O, dây AB = 24cm, AC = 20cm ( ) và điểm O nằm trong . Gọi M là trung điểm của AC, khoảng cách từ M đến AB là 8cm

a. Chứng minh rằng  cân tại C

b. Tính bán kính của đường tròn

**Lời giải**

a. Kẻ  tại H,  tại K

 MH là đường trung bình của  

Xét , có CK là đường cao đồng thời là đường trung tuyến    
cân tại C (CK đi qua O vì CK là đường trung tuyến của tam giác ABC)

b. Ta có MA = MC 

**Bài 4:** Cho điểm A nằm trên đường tròn (O) có CB là đường kính và AB < AC. Vẽ dây AD vuông góc với BC tại H. Chứng minh rằng

a. Tam giác ABC vuông tại A

b. H là trung điểm AD, AC = AD và BC là tia phân giác của góc ABD

c. 

**Lời giải**

a. Vì OA = OB = OC = R  vuông tại A

b. Vì  H là trung điểm của AD

+) Xét , có CH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến  cân tại C 

+) Xét , có HH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến  cân tại B  là phân giác của   
c. Ta có 

**Bài 5:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Đường cao AH cuả tam giác cắt đường tròn ở D. Vẽ đường kính AOE

a. Chứng minh rằng BEDC là hình thang cân

b. Gọi M là điểm chính giữa của cung DE, OM cắt BC tại I. Chứng minh rằng O là trung điểm của BC

c) Tính bán kính đường tròn biết 

**Lời giải**

a) Ta có:

mặt khác ta lại có: 

****Vậy BEDC là hình thang cân

Ta có: 

Lại có:  (đường kính qua trung điểm của dây)

Đặt  xét  vuông: 

 Nhận xét: Hình thang có hai cạnh bên bằng nhau chưa đủ là hình thang cân. Do đó không thể chứng minh BEDC là hình thang cân bằng cách chứng minh BD = CE để suy ra BD = CE

- Câu c trong bài toán là một bài toán thực tế: Biết độ dài dây BC và khoảng cách IM từ trung điểm dây đến điểm chính giữa cung bị trương, ta tìm được bán kính của đường tròn.

**Bài 6:** Hai đường tròn (O) và (O’) cùng bán kính cắt nhau tại M và N

a) Chứng minh rằng hai cung nhỏ MN của hai đường tròn bằng nhau

b) Vẽ các đường kính MOA và MO’B. Chứng minh 

c) Vẽ đường kính NOC. Tia BM cắt đường tròn (O) tại D. Chứng minh rằng các cung nhỏ MN, AC, CD bằng nhau

**Lời giải**

a) Vì MN là dây chung của hai đường tròn bằng nhau nên hai cung nhỏ MN của hai đường tròn bằng nhau

b) Ta có:  (hai đường tròn bằng nhau)



Tứ giác ACMN là hình bình hành vì có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, nên: 

Mặt khác ta lại có: A, N, B thẳng hàng và AN = BN nên ON là đường trung bình của tam giác ABD 

Từ  (đpcm)

**Bài 7:** Cho tam giác ABC. Trên tia đối của tia AB lấy một điểm D sao cho AD = AC. Vẽ đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác DBC. Từ O lần lượt hạ các đường vuông góc OH, OK với BC và 

a) Chứng minh rằng: 

b) So sánh hai cung nhỏ BD và BC

**Lời giải**

a) Xét  và  cân tại O có các đường cao kẻ từ đỉnh theo thứ tự là OK và OH nên chúng đồng thời là các trung tuyến 

mặt khác trong  có: 

Xét  và , vuông ta có:



b) Ta có: 

**Bài 8:** Cho đường tròn (O ; R) đường kính AB, dây cung DE. Tia DE cắt AB ở C. Biết 

a) Tính độ dài CD và CE theo R

b) Chứng minh 

**Lời giải**

a) Tam giác ODE vuông cân tại O, ta có:



Kẻ 

Tam giác COH vuông tại H, có:





b) Ta có: 



**Bài 9:** Cho đường tròn (O) có hai dây AB và CD bằng nhau và vuông góc với nhau tại E,



a) Tính khoảng cách từ O đến mỗi dây

b) Vẽ đường kính DF của đường tòn (O). So sánh hai khoảng cách từ tâm O đến hai dây cung CF và AB

**Lời giải**

a) Kẻ , ta có: 



Vì 

Tứ giác ENOM là hình chữ nhật có  là hình vuông 

b) Ta có: (định lí đường vuông góc dây cung). Do đó OM là đường trung bình 

Vì  nên khoảng cách từ tâm O đến dây cung FC lướn hơn khoảng cách từ tâm O đến dây AB (định lý liên hệ giữa dây và khoảng đến tâm).

**Bài 10:** Cho đường tròn (O ; R) và hai dây AB, CD trong đó 

a) Hãy so sánh diện tích của các tam giác AOB, COD nếu 

b) Hãy xác định độ dài AB sao cho  mà 

**Lời giải**

a) Vẽ 

Khi đó 





Từ 

b) Ta có 

Góc nhọn giữa hai đường thẳng OC, OD là 



Gọi góc nhọn giữa hai đường thẳng OA, OB là 



Do đó  hoặc  Để cho , ta lấy  lúc đó tam giác AOB đều, suy ra 

\*) Lưu ý: Thay cho việc vẽ  ta có thể gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và CD. Thế thì .